

1. Wskaż poprawnie zbudowane formuły sygnowane:

(a)  $\mathbf{T}[(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)] \rightarrow \mathbf{F}[(p \rightarrow (q \vee r))]$

(b)  $\mathbf{F}((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \wedge r))$

(c)  $\mathbf{F}[(p \rightarrow q)] \wedge \mathbf{T}[(q \rightarrow p)]$

(d)  $\mathbf{T}\neg((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow p$

(e)  $\mathbf{F}(\neg(p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow \neg\mathbf{T}q$

(f)  $\mathbf{T}((p \rightarrow q) \wedge \neg p) \rightarrow \neg q$

2. Zbuduj reguły eliminacji poszczególnych spójników.

**Reguły nierozgałęziające**

(a)  $\mathbf{r}_{F\neg}$

(b)  $\mathbf{r}_{T\neg}$

(c)  $\mathbf{r}_{T\wedge}$

(d)  $\mathbf{r}_{F\vee}$

(e)  $\mathbf{r}_{F\rightarrow}$

**Reguły rozgałęziające**

(a)  $\mathbf{r}_{F\wedge}$

(b)  $\mathbf{r}_{T\vee}$

(c)  $\mathbf{r}_{T\rightarrow}$

3. Sprawdź za pomocą tabel analitycznych, które z poniższych formuł są tautologiami:

(a)  $p \wedge q \rightarrow p$

(b)  $p \rightarrow p \vee q$

(c)  $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$

(d)  $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$

(e)  $((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$

(f)  $((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \wedge r))$

(g)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

(h)  $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow p$

(i)  $(\neg(p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow \neg q$

(j)  $((p \rightarrow q) \wedge \neg p) \rightarrow \neg q$

(k)  $((p \vee q) \wedge (q \vee r)) \rightarrow (p \vee r)$

(l)  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge \neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

(m)  $p \wedge \neg p \rightarrow q$

(n)  $(p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$

(o)  $(p \wedge \neg r \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge q \rightarrow \neg r)$

(p)  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \wedge q \rightarrow r)$

(q)  $\neg(\neg q \vee r) \vee (\neg(p \vee q) \vee (p \vee r))$

(r)  $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$

(s)  $p \vee (q \wedge r) \rightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

(t)  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$

4. Dla formuł z poprzedniego zadania, które nie są tautologiami odczytaj z tabel, przy jakich wartościowaniach są one fałszywe.

5. Za pomocą tabel analitycznych sprawdź, czy:

(a)  $p \vee (q \wedge r) \models (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

(b)  $p \rightarrow q, p \rightarrow r \models (q \rightarrow r)$

(c)  $p \rightarrow q, q \rightarrow r \models p \rightarrow r$

(d)  $(p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow q) \models (p \vee r) \rightarrow q$

(e)  $q \models p \rightarrow q$

(f)  $\neg(p \wedge q) \models \neg p \vee \neg q$

(g)  $p \vee (q \wedge r) \models (p \vee q) \wedge (p \rightarrow r)$

(h)  $p \rightarrow q, r \rightarrow q \models (p \vee r) \rightarrow q$

(i)  $p \rightarrow (q \wedge r), \neg r \models \neg p$

(j)  $\neg(p \rightarrow q), \neg(p \rightarrow r) \models \neg q \vee \neg r$