

$$\begin{array}{l}
 (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \\
 (p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg p \vee q \\
 \neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q \\
 \neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q \\
 \neg\neg p \leftrightarrow p \\
 p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\
 (p \wedge q) \vee r \leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)
 \end{array}$$

1. Sprawdź czy podane formuły A i B są sobie *inferencyjnie równoważne*

- (a) $A = p \wedge q; B = q \wedge p,$
- (b) $A = p \rightarrow (q \rightarrow r); B = p \wedge q \rightarrow r,$
- (c) $A = p \wedge q; B = \neg(\neg p \vee \neg q),$
- (d) $A = (p \vee q) \wedge r; B = (p \wedge r) \vee (q \wedge r),$
- (e) $A = (p \vee q) \vee r; B = (p \vee r) \wedge (q \vee r).$

2. Czy podana definicja *alternatywy elementarnej* jest poprawna?

Alternatywy elementarne:

- (i) Każda zmienna zdaniowa jest alternatywą elementarną;
- (ii) jeżeli A jest alternatywą elementarną i L jest literałem, to wyrażenie postaci $(A \vee L)$ jest alternatywą elementarną;
- (iii) nie ma żadnych innych alternatyw elementarnych poza tymi, które są wymienione w punkcie (i) i tymi, które można zbudować wedle reguły (ii).

3. Wskaż formuły będące alternatywami elementarnymi:

- | | | |
|--|--------------------------------|-------------------------------------|
| (a) $((p \vee q) \vee \neg r) \vee p)$ | (d) $\neg p$ | (g) $(p \vee q \vee \neg r)$ |
| (b) $(p \vee q \wedge \neg r \vee p)$ | (e) $((p \vee q) \vee r)$ | (h) s |
| (c) $(p \vee \neg p)$ | (f) $((p \vee q) \vee \neg r)$ | (i) $(p \vee q \vee \neg r \vee p)$ |

4. Czy podana definicja *koniunkcyjnej postaci normalnej* jest poprawna?

Koniunkcyjna postać normalna:

- (i) Każdy literał jest formułą o koniunkcyjnej postaci normalnej;
- (ii) jeżeli A jest dowolną formułą o koniunkcyjnej postaci normalnej, zaś B jest dowolnym literałem, to wyrażenie o postaci $(A \wedge B)$ jest formułą o koniunkcyjnej postaci normalnej.

5. Sprowadź do koniunkcyjnej postaci normalnej następujące formuły. Które z nich są tautologiami?

- | | |
|---|---|
| (a) $(p \wedge q) \rightarrow p$ | (h) $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$ |
| (b) $p \rightarrow (p \vee q)$ | (i) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ |
| (c) $(p \vee q) \rightarrow p$ | (j) $((p \wedge q) \vee r) \rightarrow s$ |
| (d) $\neg(p \rightarrow q)$ | (k) $(p \wedge q) \vee (q \rightarrow s)$ |
| (e) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | (l) $((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow ((p \wedge \neg r) \rightarrow \neg q)$ |
| (f) $p \wedge q \rightarrow r$ | (m) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ |
| (g) $(\neg(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow \neg q)$ | (n) $((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$ |