

1. Określ, czym różni się formuła języka KRZ od wyrażenia języka KRZ.
2. Czy dwa różne wartościowania zawsze przyporządkowują tej samej formule dwie różne wartości logiczne? Jeżeli tak, uzasadnij. Jeżeli nie, podaj kontrprzykład.
3. Formuła  $A$  jest tautologią. Wybierz prawdziwe stwierdzenia:
  - (a) dla każdego wartościowania  $v$ :  $v(A) = 1$
  - (b) w tabeli analitycznej dla formuły  $FA$  istnieje co najmniej jedna otwarta gałąź.
  - (c) istnieje wartościowanie  $v$ :  $v(A) = 1$
  - (d) w tabeli analitycznej dla formuły  $FA$  wszystkie gałęzie są zamknięte.
  - (e) istnieje wartościowanie  $v$ :  $v(A) = 0$
  - (f) w tabeli analitycznej dla formuły  $TA$  istnieje co najmniej jedna otwarta gałąź.
4. Formuła  $A$  jest kontrtautologią. Wybierz prawdziwe stwierdzenia:
  - (a) dla każdego wartościowania  $v$ :  $v(A) = 0$
  - (b) w tabeli analitycznej dla formuły  $FA$  istnieje co najmniej jedna otwarta gałąź.
  - (c) istnieje wartościowanie  $v$ :  $v(A) = 1$
  - (d) w tabeli analitycznej dla formuły  $TA$  wszystkie gałęzie są zamknięte.
  - (e) istnieje wartościowanie  $v$ :  $v(A) = 0$
  - (f) w tabeli analitycznej dla formuły  $TA$  istnieje co najmniej jedna otwarta gałąź.
5. Formuła  $A$  jest formułą syntetyczną. Wybierz prawdziwe stwierdzenia:
  - (a) dla każdego wartościowania  $v$ :  $v(A) = 0$
  - (b) dla każdego wartościowania  $v$ :  $v(A) = 1$
  - (c) w tabeli analitycznej dla formuły  $FA$  istnieje co najmniej jedna otwarta gałąź.
  - (d) istnieje wartościowanie  $v$ :  $v(A) = 1$
  - (e) w tabeli analitycznej dla formuły  $TA$  wszystkie gałęzie są zamknięte.
  - (f) istnieje wartościowanie  $v$ :  $v(A) = 0$
  - (g) w tabeli analitycznej dla formuły  $TA$  istnieje co najmniej jedna otwarta gałąź.
6. Dana jest formuła  $A$  i skończony zbiór formuł  $X$ . Formuła  $A$  wynika logicznie ze zbioru formuł  $X$  wtw gdy:
  - (a) istnieje wartościowanie  $v$  takie, że  $v(A) = 1$  oraz wszystkie elementy zbioru  $X$  są przy tym wartościowaniu prawdziwe.
  - (b) dla dowolnego wartościowania  $v$ :  $v(A) = 1$  oraz wszystkie elementy zbioru  $X$  są przy tym wartościowaniu prawdziwe.
  - (c) dla dowolnego wartościowania  $v$ : jeżeli wszystkie elementy zbioru  $X$  są fałszywe, to  $v(A) = 0$ .
  - (d) dla dowolnego wartościowania  $v$ : jeżeli wszystkie elementy zbioru  $X$  są prawdziwe, to  $v(A) = 1$ .

Wybierz wszystkie stwierdzenia niewątpliwie prawdziwe.

7. Dany jest skończony zbiór formuł  $X$ . Zbiór  $X$  jest sprzeczny wtw gdy:
  - (a) istnieje wartościowanie  $v$ , przy którym wszystkie elementy zbioru  $X$  są jednocześnie prawdziwe.
  - (b) nie istnieje wartościowanie  $v$ , przy którym wszystkie elementy zbioru  $X$  są jednocześnie prawdziwe.
  - (c) przy dowolnym wartościowaniu  $v$  wszystkie elementy zbioru  $X$  są jednocześnie fałszywe.
  - (d) koniunkcja formuł będących elementami  $X$  jest tautologią.
  - (e) istnieje wartościowanie  $v$ , przy którym wszystkie elementy zbioru  $X$  są jednocześnie fałszywe.
  - (f) koniunkcja formuł będących elementami  $X$  jest kontrtautologią.

Wybierz wszystkie stwierdzenia niewątpliwie prawdziwe.

8.  $A$ ,  $B$  i  $C$  są formułami KRZ. Załóżmy, że  $\{A, B\} \models C$ . Czy na tej podstawie można na pewno stwierdzić, że  $A \models C$  oraz  $B \models C$ ? Jeżeli tak, uzasadnij. Jeżeli nie, podaj kontrprzykład.
9. Określ, czy poniższe stwierdzenia są: prawdziwe, fałszywe czy nie można tego jednoznacznie stwierdzić.
  - (a) Ze sprzecznego zbioru formuł wynika logicznie dowolna formuła.
  - (b) Tautologia wynika logicznie z dowolnej formuły.
  - (c) Z tautologii wynika logicznie dowolna formuła.
  - (d) Z dowolnej tautologii wynika logicznie wyłącznie tautologia.
  - (e) Kontrtautologia wynika logicznie z dowolnej formuły.
  - (f) Dowolna formuła wynika logicznie z dowolnej kontrtautologii.

**ZADANIA PRAKTYCZNE** – przed kolokwium powinni Państwo umieć:

1. Sprawdzić metodą tabel analitycznych, czy formuła jest tautologią.
2. Sprawdzić metodą tabel analitycznych, czy formuła jest kontrtautologią.
3. Sprawdzić metodą tabel analitycznych, czy formuła wynika ze zbioru formuł.
4. Sprawdzić metodą tabel analitycznych, czy zbiór formuł jest sprzeczny.
5. Sprawdzić, czy określona przesłanka jest zbędna we wnioskowaniu dedukcyjnym (czy można wyprowadzić dedukcyjnie wniosek bez wskazanej przesłanki).
6. Sprawdzić, czy podany schemat wnioskowania jest niezawodny.
7. Rozwiązać zadanie podobne do tego: *Anna pija rano kawę lub herbatę. Jeżeli Anna pije rano kawę, to zjada na śniadanie owsiankę. Jeżeli Anna zjada na śniadanie jajecznicę, to pije rano herbatę. Jeżeli Anna nie zjadła jajecznicę, to założyła czerwoną sukienkę. Anna zakłada czerwoną sukienkę wyłącznie w dni, kiedy rano pije kawę. Czy pytanie „Czy Anna zjadła na śniadanie jajecznicę?” pozwala (bez względu na uzyskaną odpowiedź) stwierdzić, jaki napój Anna wypila rano?*