

1. Podane niżej sformułowanie nie jest poprawną definicją *wartościowania*. Odszukaj dwa błędy i popraw je:
Wartościowaniem nazywamy każdą funkcję $\mathbf{v} : FORM \mapsto \{0, 1\}$ taką, że:
 - (a) dla każdej zmiennej zdaniowej z : $\mathbf{v}(z) = 1$ i $\mathbf{v}(z) = 0$
 - (b) $\mathbf{v}(\neg A) = 1$ wtw $\mathbf{v}(A) = 0$
 - (c) $\mathbf{v}(A \wedge B) = 1$ wtw $\mathbf{v}(A) = 1$ oraz $\mathbf{v}(B) = 1$
 - (d) $\mathbf{v}(A \vee B) = 1$ wtw $\mathbf{v}(A) = 1$ lub $\mathbf{v}(B) = 1$
 - (e) $\mathbf{v}(A \rightarrow B) = 1$ wtw $\mathbf{v}(A) = 1$ lub $\mathbf{v}(B) = 0$
 - (f) $\mathbf{v}(A \leftrightarrow B) = 1$ wtw $\mathbf{v}(A) = \mathbf{v}(B)$
2. Co możemy powiedzieć o wartościach A i B przy wartościowaniu \mathbf{v} na podstawie poniższych informacji?
 - (a) $\mathbf{v}(A \wedge B) = 0$
 - (b) $\mathbf{v}(A \vee B) = 0$
 - (c) $\mathbf{v}(A \rightarrow B) = 0$
 - (d) $\mathbf{v}(A \leftrightarrow B) = 0$
3. Rozważmy formułę $A = p \rightarrow (q \vee \neg r)$. Załóżmy, że \mathbf{v} i \mathbf{w} są wartościowaniami nieróżniącymi się co do wartości logicznych, przyporządkowywanych zmiennym p, q, r . Co wiemy o wartościach logicznych formuły A przy wartościowaniach \mathbf{v} i \mathbf{w} ?
4. Sprawdź, czy następujące formuły są tautologiami:
 - (a) $(p \rightarrow q) \wedge \neg p \rightarrow \neg q$
 - (b) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \wedge r)$
 - (c) $(p \vee q) \wedge (p \vee r) \rightarrow (p \vee r)$
5. Czy poniższe sformułowanie jest poprawną definicją wynikania logicznego formuły ze zbioru formuł na gruncie KRZ? Uzasadnij. odpowiedź.
Formuła A wynika logicznie na gruncie KRZ ze zbioru formuł X wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje wartościowanie \mathbf{v} , przy którym wszystkie formuły ze zbioru X przyjmują wartość 1 oraz formuła A przyjmuje przy tym wartościowaniu wartość 1.
6. Niech \mathbf{v} będzie dowolnym ale ustalonym wartościowaniem, metazmienne A, B niech oznaczają formuły języka KRZ, zaś X – zbiór takich formuł. Co wiadomo o wartości logicznej formuły zdaniowej A przy wartościowaniu \mathbf{v} , jeśli:
 - (a) $B \models_{KRZ} A$ oraz $\mathbf{v}(B) = 1$.
 - (b) $\{B\} \models_{KRZ} A$ oraz $\mathbf{v}(B) = 0$.
 - (c) $B \models_{KRZ} A$ oraz B jest tautologią KRZ.
 - (d) $X \models_{KRZ} A, B \in X$ oraz B jest tautologią KRZ.
 - (e) $A \models_{KRZ} B$ zachodzi dla dowolnej formuły zdaniowej B .
 - (f) $A \models_{KRZ} B$ oraz $\mathbf{v}(B) = 1$.
 - (g) $A \models_{KRZ} B$ oraz $\mathbf{v}(B) = 0$.
 - (h) $X \models_{KRZ} A$ i wszystkie formuły ze zbioru X są prawdziwe przy wartościowaniu \mathbf{v} .
 - (i) $X \models_{KRZ} A$ i nie wszystkie formuły ze zbioru X są prawdziwe przy wartościowaniu \mathbf{v} .
 - (j) $X \models_{KRZ} A$, przy czym X jest zbiorem tautologii.
 - (k) $X \models_{KRZ} A$ i wszystkie formuły ze zbioru X są fałszywe przy wartościowaniu \mathbf{v} .
 - (l) $X \models_{KRZ} A$ i nie wszystkie formuły ze zbioru X są fałszywe przy wartościowaniu \mathbf{v} .
7. Zbadaj, czy poniższe wnioskowania są dedukcyjne.
 - (a) *Jeśli Jan nie lubi logiki, to zarazem twierdzi, że ma zainteresowania humanistyczne i że znajomość logiki jest humanistom niepotrzebna. Zatem jeśli Jan twierdzi, że ma zainteresowania humanistyczne, to uważa, że znajomość logiki jest humanistom niepotrzebna.*
 - (b) *Jeżeli nieprawda, że zarazem księżniczka pocałuje żabę i żaba zamieni się w księcia, to żaba nie jest ropuchą. Nieprawda, że jeżeli żaba jest ropuchą, to księżniczka ją pocałuje. Ponadto żaba jest ropuchą i nieprawda, że zamieni się w księcia. Zatem Shrek kocha Fionę.*