1. Pod pojęciem n-argumentowej ($n \geqslant \mathbf{1}$) funkcji prawdziwościowej rozumiemy funkcję n zmiennych przebiegających zbiór $\{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$ i o wartościach należących do zbioru $\{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$. Które z poniższych zbiorów są funkcjami prawdziwościowymi? Uzasadnij odpowiedzi.
   (a) $R_1 = \{\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle\}$
   (b) $R_2 = \{\langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle, \langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle\}$
   (c) $R_3 = \{\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle\}$
   (d) $R_4 = \{\langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{0}\rangle, \langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{1}\rangle\}$
   (e) $R_5 = \{\langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle, \langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle\rangle, \langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle, \langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{0}\rangle, \langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle\rangle\}$
   (f) $R_6 = \{\langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{0}\rangle\}$
   (g) $R_6 = \{\langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{0}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{0}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{0}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{0}\rangle, \}$
   (h) $R_7 = \{\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \langle \tfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, \tfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\rangle\langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle\}$
   (i) $R_8 = \{\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \langle \tfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, \mathbf{0}\rangle\langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle\}$
   (j) $R_9 = \{\langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{0}\rangle, \}$
2. Podaj liczbę wszystkich jednoargumentowych oraz dwuargumentowych funkcji prawdziwościowych w KRZ. Ile można zatem zdefiniować różnych jedno- i dwuargumentowych spójników w języku KRZ?
3. Zbuduj matryce logiczne wszystkich funktorów prawdziwościowych, jedno- i dwuargumentowych.
4. Jeśli przy pomocy spójników pewnego języka formalnego można wyrazić każdą funkcję prawdziwościową, to zbiór owych spójników nazywamy adekwatnym. Ponieważ funkcje prawdziwościowe charakteryzują semantyczne własności spójników ekstensjonalnych, możemy, zamiast o określaniu funkcji prawdziwościowych, mówić o definiowaniu spójników. Np., definicja spójnika $\wedge$ za pomocą spójników $\vee$ i $\neg$ wygląda następująco: $A \wedge B =_{df} \neg(\neg A \vee \neg B)$ Zdefiniuj:
   (a) $\vee$ za pomocą $\neg$ i $\wedge$
   (b) $\rightarrow$ za pomocą $\neg$ i $\vee$
   (c) $\perp$ za pomocą $\neg$ i $\leftrightarrow$
   (d) $\rightarrow$ za pomocą $\neg$ i $\wedge$
   (e) $\leftrightarrow$ za pomocą $\rightarrow$ i $\wedge$
   (f) $\neg$ za pomocą $/$
   (g) $\neg$ za pomocą $\downarrow$
   (h) $\wedge$ za pomocą $/$
   (i) $\wedge$ za pomocą $\downarrow$
   (j) $\vee$ za pomocą $\downarrow$
   (k) $\vee$ za pomocą $/$
5. Istnieją dwa spójniki, z których każdy wystarcza do zdefiniowania wszystkich pozostałych. Są to spójniki dysjunkcji [1] (*co najwyżej jedno z dwojga*) oraz binegacji [2] (*ani ..., ani*). Zdefiniuj za pomocą każdego z nich jeden, wybrany spójnik.

[1] nazywanej także spójnikiem Sheffera, oznaczanym $/$, $\uparrow$ lub $|$
[2] oznaczanej symbolem $\downarrow$