

Sprawdź, czy poniższe formuły są tezami w oznaczonych systemach. Jeżeli nie, zbuduj odpowiednie kontrmodele:

GRUPA A

$(\Box p \wedge p) \rightarrow \Box \Box p$ w **S4**

$$\begin{aligned}
 & \neg((\Box p \wedge p) \rightarrow \Box \Box p), 0 \\
 & \quad \Box p \wedge p, 0 \\
 & \quad \neg \Box \Box p, 0 \\
 & \quad \quad \Box p, 0 \\
 & \quad \quad p, 0 \\
 & \quad \quad \Diamond \neg \Box p, 0 \\
 & \quad \quad \quad 0R1 \\
 & \quad \quad \quad \neg \Box p, 1 \\
 & \quad \quad \quad p, 1 \\
 & \quad \quad \quad \Diamond \neg p, 1 \\
 & \quad \quad \quad \quad 1R2 \\
 & \quad \quad \quad \quad \neg p, 2 \\
 & 0R1 \wedge 1R2 \rightarrow 0R2 \text{ (przechodność)} \\
 & p, 2 \text{ (z } \Box p, 0 \text{ i } 0R2) \\
 & \quad \times
 \end{aligned}$$

Tabela jest zamknięta. Formuła jest tezą **S4**

GRUPA B

$\Diamond \Box p \rightarrow (p \rightarrow \Box p)$ w **S5**

$$\begin{aligned}
 & \neg(\Diamond \Box p \rightarrow (p \rightarrow \Box p)), 0 \\
 & \quad \Diamond \Box p, 0 \\
 & \quad \neg(p \rightarrow \Box p), 0 \\
 & \quad \quad p, 1 \\
 & \quad \quad \neg \Box p, 0 \\
 & \quad \quad \Diamond \neg p, 0 \\
 & \quad \quad \quad 0R1 \\
 & \quad \quad \quad \neg p, 1 \\
 & \quad \quad \quad 0R2 \text{ (z } \Diamond \Box p, 0) \\
 & \quad \quad \quad \quad \Box p, 2 \\
 & 0R2 \wedge 0R1 \rightarrow 2R1 \text{ (euklidesowość)} \\
 & p, 1 \text{ (z } \Box p, 2 \text{ i } 2R1) \\
 & \quad \times
 \end{aligned}$$

Tabela jest zamknięta. Formuła jest tezą **S5**.