

Relacja binarna R jest:

1. seryjna w zbiorze X wtw $\forall x \in X \exists y \in X (xRy)$
2. zwrotna w zbiorze X wtw $\forall x \in X (xRx)$
3. symetryczna w zbiorze X wtw $\forall x, y \in X (xRy \rightarrow yRx)$
4. przechodnia w zbiorze X wtw $\forall x, y, z \in X (xRy \wedge yRz \rightarrow xRz)$
5. euklidesowa w zbiorze X wtw $\forall x, y, z \in X (xRy \wedge xRz \rightarrow yRz)$
6. równoważnościowa w zbiorze X wtw R jest w X relacją zwrotną, symetryczną i przechodnią

1. Niech $Y = \{1, 2, 3, 4\}$. Narysuj diagramy następujących relacji w Y :

- (a) $R_1 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}$
- (b) $R_2 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$
- (c) $R_3 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle \}$
- (d) $R_4 = \{ \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \}$
- (e) $R_5 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$

Określ dziedziny, przeciwdziedziny i pola powyższych relacji i sprawdź, czy któraś z nich jest w Y relacją seryjną, zwrotną, symetryczną, przechodnią lub euklidesową.

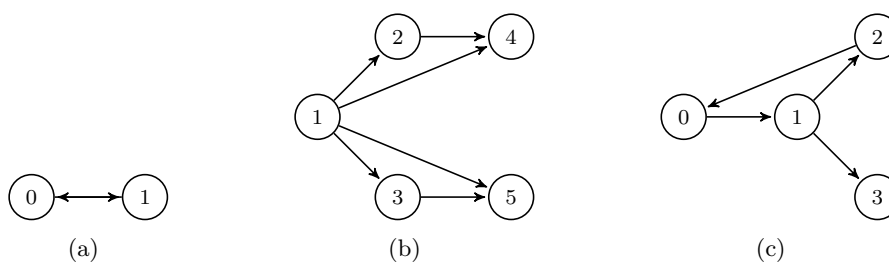
2. Niech $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Wskaż następujące relacje:

- (a) relacja podzielności w zbiorze X
- (b) relacja mniejszości w zbiorze X
- (c) relacja niewiększości w zbiorze X
- (d) relacja identyczności w zbiorze X

3. Dla każdej z relacji z zadania 2 sprawdź, czy relacja jest: seryjna, zwrotna, symetryczna, przechodnia, euklidesowa.

4. Zapisz formalnie (przy pomocy par uporządkowanych) relacje przedstawione na diagramach (a), (b), (c). Następnie uzupełnij relacje tak, aby posiadały następujące własności:

- przechodniość;
- euklidesowość;
- symetryczność.



5. Odpowiedz na poniższe pytania, w uzasadnieniu wykorzystaj diagramy relacji lub wskaż kontrprzykład.

- (a) Czy każda relacja równoważnościowa jest relacją euklidesową?
- (b) Czy każda relacja symetryczna jest relacją euklidesową?
- (c) Czy każda relacja przechodnia jest relacją euklidesową?
- (d) Czy każda relacja symetryczna i przechodnia jest relacją euklidesową?
- (e) Czy każda relacja zarazem seryjna, symetryczna i przechodnia jest relacją równoważnościową?
- (f) Czy każda relacja seryjna i euklidesowa jest relacją równoważnościową?
- (g) Czy każda relacja zwrotna i euklidesowa jest relacją równoważnościową?