

A J. Łukasiewicza logika trójwartościowa **Ł3**:

\rightarrow	0	1/2	1	\vee	0	1/2	1	\wedge	0	1/2	1	\leftrightarrow	0	1/2	1	\neg	
0	1	1	1	0	0	1/2	1	0	0	0	0	0	1	1/2	0	0	1
1/2	1/2	1	1	1/2	1/2	1/2	1	1/2	0	1/2	1/2	1/2	1/2	1	1/2	1/2	1/2
1	0	1/2	1	1	1	1	1	1	0	1/2	1	1	0	1/2	1	1	0

B S. C. Kleene'go logika trójwartościowa tzw. „silnych” spójników:

\rightarrow	0	1/2	1	\vee	0	1/2	1	\wedge	0	1/2	1	\leftrightarrow	0	1/2	1	\neg	
0	1	1	1	0	0	1/2	1	0	0	0	0	0	1	1/2	0	0	1
1/2	1/2	1/2	1	1/2	1/2	1/2	1	1/2	0	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
1	0	1/2	1	1	1	1	1	1	0	1/2	1	1	0	1/2	1	1	0

C S. C. Kleene'go logika trójwartościowa tzw. „słabych” spójników:

\rightarrow	0	1/2	1	\vee	0	1/2	1	\wedge	0	1/2	1	\leftrightarrow	0	1/2	1	\neg	
0	1	1/2	1	0	0	1/2	1	0	0	1/2	0	0	1	1/2	0	0	1
1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
1	0	1/2	1	1	1	1/2	1	1	0	1/2	1	1	0	1/2	1	1	0

D J. Sobocińskiego logika trójwartościowa:

\wedge	0	1/2	1	\vee	0	1/2	1	\neg
0	0	0	0	0	0	0	1	0
1/2	0	1/2	1	1/2	0	1/2	1	1/2
1	0	1	1	1	1	1	1	0

1. Dla każdej z logik zbuduj reguły eliminacji poszczególnych spójników (w wersji dla formuł sygnowanych, stosując jako oznaczenia prawdziwościowe symbole T, N, F).
2. W logikach **A – D** skonstruuj tabele analityczne dla formuł FA , NA , gdzie $A = \neg(p \vee \neg q) \vee \neg(\neg q \vee p)$.
3. W logikach **A – C** skonstruuj tabele analityczne dla formuł FA , NA , gdzie $A = (q \rightarrow p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)$.
4. Wykaż, że następujące formuły są tautologiami **Ł3**:
 - (a) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
 - (b) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$
 - (c) $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow p)$
 - (d) $((p \rightarrow \neg p) \rightarrow p) \rightarrow p$
5. Wykaż, że formuły z zadania 4 nie są tautologiami żadnej z logik Kleene'go.
6. Wykaż, że następujące formuły nie są tautologiami **Ł3**:
 - (a) $p \vee \neg p$
 - (b) $\neg(p \wedge \neg p)$
 - (c) $p \wedge \neg p \rightarrow q$
 - (d) $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$
 - (e) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
 - (f) $(p \rightarrow \neg p) \rightarrow p$