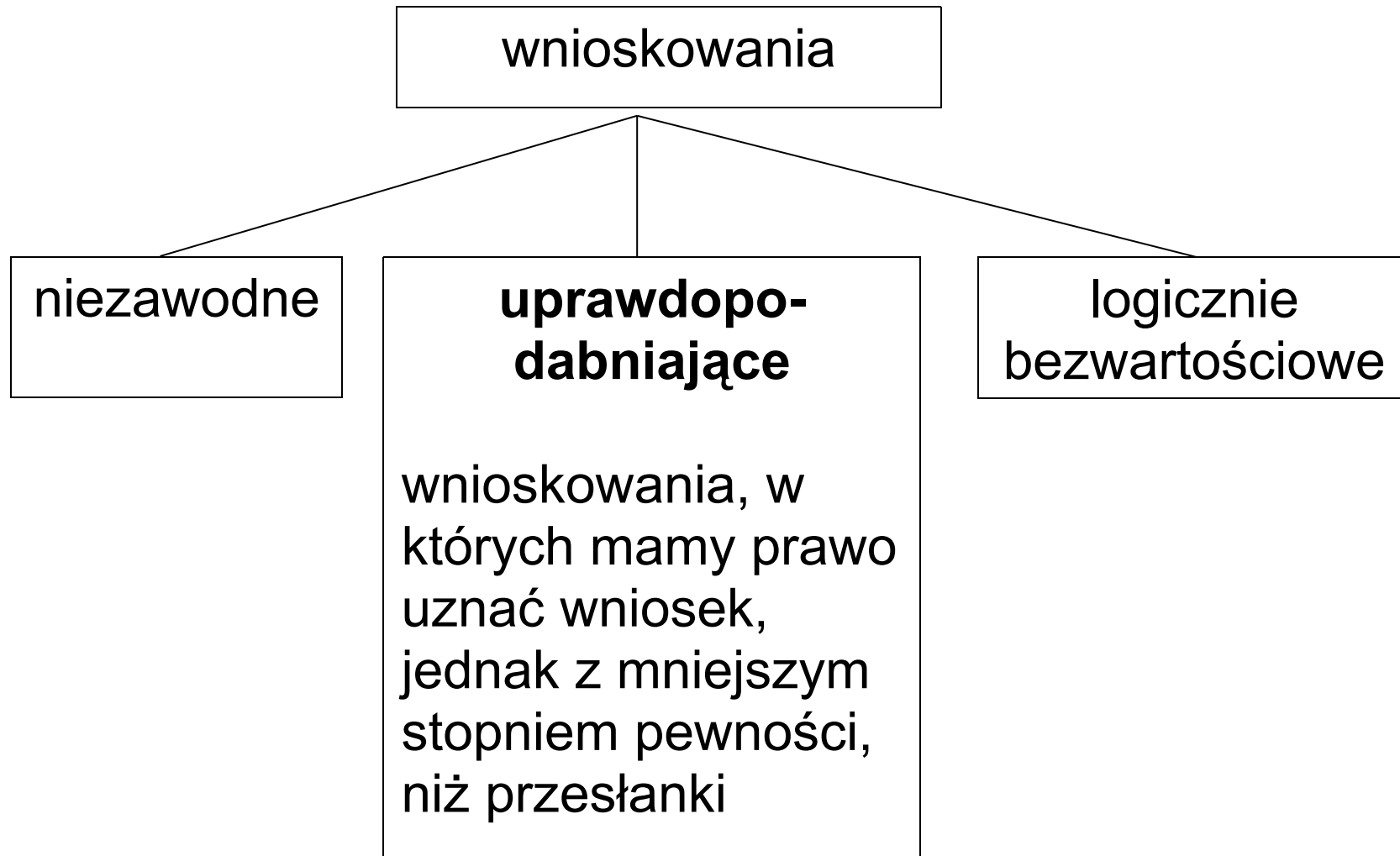


Wprowadzenie do logiki
Klasyfikacja wnioskowań, cz. II

Mariusz Urbański
Instytut Psychologii UAM
Mariusz.Urbanski@amu.edu.pl



(...) wnioskowania *uprawdopodobniające* to takie, w których wychodząc od prawdziwych przesłanek możemy dojść do fałszywego wniosku (nie jest to wykluczone), lecz spodziewamy się w sposób racjonalny, że wniosek będzie prawdziwy.

[Zygmunt Ziemiński, *Logika praktyczna*]

Zajmiemy się trzema rodzajami wnioskowań uprawdopodobniających:

- wnioskowaniami **redukcyjnymi**
- wnioskowaniami **przez analogię**
- wnioskowaniami **statystycznymi**

We wnioskowaniu **REDUKCYJNYM** wniosek *nie wynika* logicznie z przesłanek, natomiast:

albo: (I) przesłanki wynikają logicznie z samego tylko wniosku,

albo: (II) z wniosku i niektórych przesłanek wynikają logicznie przesłanki pozostałe.

(I) przesłanki wynikają logicznie z samego tylko wniosku

Przykładem przypadku (I) jest tzw. wnioskowanie przez *indukcję enumeracyjną niezupełną*:

Mój kot miauczy żałośliwie, gdy jest głodny.
Kot sąsiada miauczy żałośliwie, gdy jest głodny.
Kot Justyny też miauczy żałośliwie, gdy jest głodny.
Wszystkie głodne koty miauczą żałośliwie.

We wnioskowaniu takim z przesłanek jednostkowych, stwierdzających, że pewne konkretne przedmioty określonego rodzaju (np. koty – mój, sąsiada i Justyny) mają pewną cechę (miauczą żałośliwie, gdy są głodne), wyprowadza się wniosek **ogólny** – że **wszystkie** przedmioty owego rodzaju (np. wszystkie koty) mają ową cechę.

Schemat wnioskowania przez indukcję enumeracyjną niezupełną wygląda więc następująco:

$$\begin{array}{l} S_1 \text{ jest } P \\ S_2 \text{ jest } P \\ S_3 \text{ jest } P \\ \dots \\ S_n \text{ jest } P \\ \hline SaP \end{array}$$

Łatwo zauważyć, że ze zdania ogólnego SaP przesłanki szczegółowe wynikają logicznie (czyli że takim wnioskowaniu wniosek jest **racją**, a przesłanki są **następstwem**).

Jednakże, nawet jeśli wszystkie przesłanki takiego wnioskowania są prawdziwe, to nie mamy gwarancji, że wniosek również jest prawdziwy: przesłanki **uprawdopodobniają** wniosek, ale nic poza tym.

- Im **więcej** przebadamy przedmiotów rodzaju, o którym chcemy wnioskować (np. kotów) – czyli im większą liczbą przesłanek jednostkowych będziemy dysponować – tym wniosek będzie lepiej uprawdopodobniony.
- Im **bardziej różnorodne** będą nasze jednostkowe przesłanki (np. zróżnicowane pod względem pochodzenia albo rasy kotów) – tym wniosek będzie lepiej uprawdopodobniony.

Zawsze jednak może się zdarzyć, że trafimy na kota upośledzonego albo na twardego kota ekstremistę, albo na łagodnego kota-taoistę – takiego, który nie będzie miauczał.

Nb. ewentualne kontrprzykłady (a dokładniej: stopień ich nieprawdopodobieństwa), jakie potrafimy wymyślić dla naszego ogólnego wniosku, nie pozostają bez wpływu na jego uprawdopodobnienie. Ale o tym opowiemy przy następnej okazji.

(II) z wniosku i niektórych przesłanek wynikają logicznie przesłanki pozostałe.

Przykładem takiego rozumowania jest tzw. wnioskowanie z *uznanego następnika*:

$$\begin{array}{r} p \rightarrow q \\ q \\ \hline p \end{array}$$

wniosek nie wynika tu logicznie z przesłanek, ale z wniosku postaci p i przesłanki postaci $p \rightarrow q$ wynika logicznie przesłanka q .

C. S. Peirce wnioskowania tego typu nazwał **abdukcyjnymi**:

Obserwujemy zaskakujące zjawisko C.

Gdyby A było prawdziwe, zachodzenie C byłoby oczywiste.

Zatem, mamy podstawy, by podejrzewać, że A jest prawdziwe.

„Siedzę przy stole zajęty bardzo ciekawą lekturą i nie zważam na to, co dzieje się dookoła mnie. W pewnym momencie [...] spostrzegam, że niebo jest pochmure, a ulica jest mokra, lecz deszcz nie pada. Spostrzeżenie to prowadzi mnie do wniosku, że widocznie, w czasie gdy czytałem książkę, padał deszcz.

W tym wnioskowaniu przesłanką było zdanie „Ulica jest mokra”, wnioskiem – zdanie „Padał deszcz”. [...] Jasną jest rzeczą, że wniosek wysnuty z tej przesłanki nie wynika z niej wcale; może przecież ulica być mokra, choć deszcz nie padał, gdy np. ulica została skropiona przez beczkowóz. Zachodzi natomiast stosunek odwrotny [...] Wynikanie, jakie zachodzi między wnioskiem tego wnioskowania a przesłanką, jest mianowicie wynikaniem entymematycznym ze względu na [...] zdanie [...] „Jeżeli padał deszcz, to ulica jest mokra”. Znaczy to, że z samego wniosku „Padał deszcz” nie wynika jeszcze logicznie przesłanka „Ulica jest mokra”, ale z tego wniosku i ze zdania „Jeżeli padał deszcz, to ulica jest mokra” wynika już logicznie przesłanka tego rozumowania.

[Kazimierz Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*]

To jest interesujące? Naprawdę?

- *machine scientific discovery*
- programy diagno- i prognostyczne
 - The Antibody Identification Assistant
 - The Regional Crime Analysis Program
 - A River Flooding Forecasting System
- programy planistyczne
 - Scheduler for Air-Crew Assignment
- eksploatacja maksym konwersacyjnych
- empatia
- eksploracja nieznanego środowiska

A kłopotliwe? Niby dlaczego?

1. Produkt czy proces?
 - a. Model produktu, model procesu;
 - b. Hipoteza abdukcyjna a rozumowanie abdukcyjne;
 - c. „Magiczne pudełko”.

2. Start i cel.
 - a. Niespodzianka jako „wyzwalacz”: metafora?
 - b. Hipotezy: zdania, reguły, teorie, reprezentacje niewerbalne?

3. Generowanie a ocena.
 - a. Jedno czy oba?
 - b. Razem czy osobno?

We wnioskowaniu **PRZEZ ANALOGIĘ** z faktu, że jakieś przedmioty są do siebie podobne pod pewnym względem wnioskujemy, że są do siebie podobne również pod innym:

Mój kot miauczy żałośliwie, gdy jest głodny.

Kot sąsiada miauczy żałośliwie, gdy jest głodny.

Kot Justyny też miauczy żałośliwie gdy jest głodny.

Kot Beaty zapewne również miauczy, gdy jest głodny.

Schemat wnioskowania przez analogię wygląda następująco:

S_1 jest P

S_2 jest P

S_3 jest P

...

S_n jest P

S_{n+1} jest P

Od schematu indukcji enumeracyjnej niezupełnej różni się więc tym, że wniosek nie jest tu zdaniem ogólnym, mówiącym o *wszystkich* przedmiotach badanego rodzaju, ale zdaniem szczegółowym, mówiącym o *następnym* przedmiocie badanego rodzaju.

Wnioskowanie przez analogię może mieć również nieco inną strukturę:

Przedmiot X ma własności A, B, C i D.

Przedmiot Y ma własności A, B, C.

Przedmiot Y ma własność D.

Np.:

Zenkowi, Jurkowi i Włodkowi nie udało się naprawić tej pralki.

Zdzisiowi też się to nie uda.

Nb: własności, z uwagi na które stwierdza się podobieństwo rozważanych obiektów, nie zawsze są określone *explicite*, jak choćby w powyższym przykładzie: co takiego może łączyć czterech panów, że fakt, iż trzech z nich nie dało rady pralce, uprawdopodobniałby wniosek, że czwartemu też się nie uda?

Wiarygodność wnioskowanie przez analogię zależy od tego, czy podobieństwo między rozpatrywanymi przedmiotami jest konsekwencją związku wewnętrznego między ich cechami, czy też jest czysto przypadkowe, jedynie zewnętrzne.

[Krzysztof Szymanek, *Sztuka argumentacji. Słownik terminologiczny*]

Stąd też wnioskowanie następujące specjalnie wiarygodne nie jest:

Pierwszy świadek ma na imię Jan, jest łysy, garbaty i kłamie, a drugi – również Jan – też jest łysy i garbaty, więc pewnie ten drugi również kłamie.

We wnioskowaniu statystycznym na podstawie stwierdzonych cech niektórych elementów pewnego zbioru Z przedmiotów wnioskuje się o statystycznych własnościach całego zbioru Z . Zbiór Z nazywany jest *populacją* (wzgl. *zbiorowością ogólną*), natomiast zespół elementów o własnościach znanych nazywa się *próbą* (*próbą losową*).

Wnioskowania statystyczne nie są wnioskowaniami niezawodnymi. Z reguły wynikiem takiego wnioskowania jest stwierdzenie, że populacja ma z określonym *prawdopodobieństwem* własność, będącą przedmiotem wnioskowania.

[Krzysztof Szzymanek, *Sztuka argumentacji. Słownik terminologiczny*]

Wróćmy do wnioskowania o kotach:

Mój kot miauczy żałośliwie, gdy jest głodny.
Kot sąsiada miauczy żałośliwie, gdy jest głodny.
Kot Justyny też miauczy żałośliwie gdy jest głodny.
Wszystkie głodne koty miauczą żałośliwie.

Nawet jeśli przesłanki owego wnioskowania są prawdziwe, to nie mamy gwarancji, że wśród nieuwzględnionych przez nas przypadków – kotów, których nie znamy – nie ma takiego przypadku, który wnioskowi ogólnemu by przeczył; wniosek nie wynika tu więc logicznie z przesłanek.

A gdybyśmy mieli taką gwarancję?

Rozważmy następujące wnioskowanie przez indukcję enumeracyjną niezupełną:

Zdanie ogólnotwierdzące jest zdaniem podmiotowo-orzecznikowym.

Zdanie ogólnoprzeczące jest zdaniem podmiotowo-orzecznikowym.

Zdanie szczegółotwierdzące jest zdaniem podmiotowo-orzecznikowym.

Zdanie szczegółoprzeczące jest zdaniem podmiotowo-orzecznikowym.

Wszystkie klasyczne zdania kategoryczne są zdaniami podmiotowo-orzecznikowymi.

Ale wiemy coś jeszcze:

Zdanie ogólnotwierdzące jest zdaniem podmiotowo-orzecznikowym.

Zdanie ogólnoprzeczące jest zdaniem podmiotowo-orzecznikowym.

Zdanie szczegółotwierdzące jest zdaniem podmiotowo-orzecznikowym.

Zdanie szczegółoprzeczące jest zdaniem podmiotowo-orzecznikowym.

Zdania wymienione powyżej to wszystkie klasyczne zdania kategoryczne.

Wszystkie klasyczne zdania kategoryczne są zdaniami podmiotowo-orzecznikowymi.

Taka indukcja jest w pewnym sensie **zupełna**: dokładamy przesłankę stwierdzającą, że w przesłankach jednostkowych wymienione są *wszystkie* przedmioty badanego rodzaju.

Schemat *indukcji enumeracyjnej zupełnej* wygląda więc następująco:

S_1 jest P

S_2 jest P

S_3 jest P

...

S_n jest P

**Nie ma innych przedmiotów
rodzaju S poza $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$.**

SaP

Takie rozumowanie jest wnioskowaniem dedukcyjnym: z przesłanek jednostkowych i przesłanki gwarantującej kompletność listy badanych przedmiotów wniosek ogólny wynika logicznie.

indukcja enumeracyjna

niezupełna

Indukcję, w której z kilku pojedynczych szczegółów wyprowadza się regułę ogólną. Arystoteles nazywał **dialektyczną** i twierdził, że jej prawomocność jest ważna tak długo, jak długo nasz przeciwnik w dyskusji nie znajdzie faktu, który by tej regułę zaprzeczył, co byłoby równoznaczne z jej obaleniem. Jej wniosek jest więc tylko prawdopodobny.

zupełna

Indukcję, w której sąd ogólny wyprowadza się ze wszystkich szczegółów, Arystoteles nazywał **apodyktyczną**. W tym przypadku jesteśmy pewni, że przypadku przeciwnego nie ma i być nie może, gdyż znamy wszystkie fakty podległe regule ogólnej. Wniosek uzyskany na tej drodze jest więc niezawodny.

Dnia (...) w swojej posiadłości w (...) zastrzelona zastała Maria Gibson, żona amerykańskiego polityka i milionera, J. Neila Gibsona. Ciało znaleziono nad ranem w pobliżu mostu nad strumieniem, niedaleko pałacu (...). Rewolwer kalibru odpowiadającego broni, z której strzelano do ofiary, znaleziony został na podłodze w garderobie zmarłej.

Kto zabił Marię Gibson?



We wnioskowaniu przez **INDUKCJĘ ELIMINACYJNĄ** na podstawie uznania pewnej alternatywy oraz odrzucenia niektórych spośród jej członów, dochodzi się do uznania pozostałych członów alternatywy:

$$p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_{n-1} \vee p_n$$

$$\neg p_1$$

$$\neg p_2$$

...

$$\neg p_{n-1}$$

$$p_n$$

Najprostsza postać takiego wnioskowania to tzw. sylogizm

dysjunkcyjny: $p \vee q$

$$\neg p$$

$$q$$

Jeśli rozważymy wszystkie hipotezy i odrzucimy to, co niemożliwe, to co pozostanie, jakkolwiek nieprawdopodobne, musi być prawdą.

Sherlock Holmes



Arthur Conan Doyle,
Studium w szkarłacie

KILKA UWAG O KARIERZE POJĘCIA

Jeżeli jakaś choroba atakuje naraz i jednocześnie licznych ludzi, młodych i starych, mężczyzn i kobiety, pijących wodę i pijących wino, odżywiających się jęczmieniem i odżywiających się pszenicą, pracujących ciężko i pracujących niewiele, wówczas przyczyną tej choroby nie może być poszczególny sposób życia którejkolwiek z tych istot ludzkich, lecz jakiś element wspólny im wszystkim (...)

[Tadeusz Kotarbiński, *Wykłady z dziejów logiki*, cytując zbiór greckich rozpraw lekarskich z V w. p.n.e.]

Nb. podobne rozumowania znajdziemy w sokratycznych dialogach Platona i Ksenofonta oraz w pismach epikurejczyków.

Franciszek Bacon (1561-1626)

[Celem nauki jest] **by przez nią
życie ludzkie obdarzone zostało
nowymi wynalazkami i
bogactwami**

Nowa Atlantyda

**Ludzka wiedza i ludzka potęga
są jednym i tym samym.**

**Żeby kierować Naturą, trzeba
być jej posłusznym.**

Nowy Organon



Umysłowi ludzkiemu nie skrzydeł trzeba, lecz ołowiu.

Nowy Organon

Właściwa metoda naukowa zdaniem Bacona opierać się powinna na dwóch filarach: eksperymencie i indukcji:

[w ujęciu Bacona] **praca naukowa nie ma być samym zbieraniem, jak praca mrówek, ani samym snuciem własnej nici, jak praca pajaków, lecz ma być podobna do pracy pszczół: ma zbierać, i to, co zebrała, przerabiać.**

[Władysław Tatarkiewicz, *Historia filozofii*]

Jednakże nie na indukcji enumeracyjnej, którą Bacon nazywał „dziecinną”.

Nauka odkrywać ma „istoty” (formy) zjawisk – a zatem bada stałe i odwracalne współwystępowanie „natur” (cech) i form.

Przykład Bacona z *Nowego Organonu*:

Aby znaleźć odpowiedź na pytanie

Czym jest ciepło?

poszukiwać powinniśmy tego, co stale i odwracalnie towarzyszy zjawisku ciepła.

W tym celu winniśmy skonstruować trzy tabele: obecności, nieobecności i stopni.

Tabela obecności (zawiera opisy zjawisk, w których stwierdza się obecność ciepła):

a ₁	promienie słoneczne grzeją
a ₂	ogień jest gorący
a ₃	ciepłe są wnętrza zwierząt
	...

Tabela nieobecności (zawiera opisy zjawisk, w których *nie* stwierdza się obecność ciepła, mimo że są one podobne do odnotowanych w tabeli obecności):

b ₁	promienie księżycy nie grzeją
b ₂	nie są gorące błędne ogniki na bagnach
b ₃	nie są ciepłe wewnętrzne części roślin
	...

Tabela stopni (zawiera opisy zjawisk, w których zmienia się natężenie zjawiska badanego):

c_1	ciała zwierząt rozgrzewają się w miarę ruchu
c_2	wzmaga się żar ogniska w miarę nadmuchiwanie powietrza
c_3	kowadło rozgrzewa się od uderzeń młota
	...

Porównując ze sobą zapisy z poszczególnych tabel i eliminując nietrafne domysły dojść możemy do wniosków na temat istoty zjawiska badanego, która, jak powiada Bacon, po wyparowaniu wszystkich obcych cech zostaje nam niczym osad na dnie tygla.

[por. Tadeusz Kotarbiński,
Wykłady z dziejów logiki]

John Stuart Mill (1806-1873)

Mill zaproponował metodę podobną do baconowskiej – tzw. **kanony indukcji eliminacyjnej** (*A System of Logic, Ratiocinative and Inductive*, 1843)



Ponieważ od czasów Bacona do czasów Milla zmieniły się nieco poglądy na naturę rzeczywistości, w ujęciu Milla indukcja eliminacyjna służy już nie odkrywaniu istot zjawisk, ale związków przyczynowych między zjawiskami.

[por. T. Kotarbiński, *Wykłady z dziejów logiki tenże, Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*]

Kanony są schematami rozumowań, w których interpretujemy wyniki wygenerowanych przez nas eksperymentów. Ponieważ kanony służą do odkrywania związków przyczynowych, w każdym przypadku mamy do czynienia z dwiema grupami zjawisk:

poprzednikami
czasowymi

i

następnikami
czasowymi

ABC

$\alpha\beta\gamma$

A liczbą kanonów indukcji eliminacyjnej jest pięć:

- kanon jedynej różnicy
- kanon jedynej zgodności
- połączony kanon jedynej różnicy i jedynej zgodności
- kanon reszt
- kanon zmian towarzyszących

Poprzedzanie pozytywne

Poprzedzanie pozytywne (torowanie) polega na prezentowaniu bodźca poprzedzającego (prymy), który ułatwia przetwarzania bodźca właściwego. Zwykle obserwuje się skrócenie czasu potrzebnego na przetworzenie bodźca właściwego, poprzedzonego odpowiednio dobraną prymą, w porównaniu do bodźca niczym nie poprzedzonego lub poprzedzonego prymą neutralną.

[por.: Nęcka i in., *Psychologia poznawcza*, s. 225-226]

kanon jedynej różnicy

ABC	$\alpha\beta\gamma$
BC	$\beta\gamma$

A jest przyczyną α

Gdy przypadek, w którym badane zjawisko zachodzi, i przypadek, w którym ono nie zachodzi, mają wszystkie okoliczności wspólne z wyjątkiem jednej, obecnej tylko w pierwszym przypadku, w takim razie okoliczność, którą się różnią oba te przypadki, jest skutkiem lub przyczyną lub niezbędną częścią przyczyny owego zjawiska.

kanon jedynej zgodności

ABC	$\alpha\beta\gamma$
ADE	$\alpha\delta\epsilon$
AKL	$\alpha\kappa\lambda$

A jest przyczyną α

Gdy dwa lub więcej przypadków badanego zjawiska mają wspólną tylko jedną okoliczność, to okoliczność, w której jedynie zgadzają się wszystkie przypadki, jest skutkiem lub przyczyną lub niezbędną częścią przyczyny owego zjawiska.

Neuroobrazowanie poziomów przetwarzania

Otten i Rugg (2001) używając techniki funkcjonalnego rezonansu magnetycznego przeprowadzili eksperyment, w którym osoby badane miały zdecydować, czy prezentowane im słowo oznacza obiekt ożywiony, czy nie (głębszy poziom przetwarzania), albo czy słowo posiada parzystą czy nieparzystą liczbę liter (poziom płytki). Jedynie warunek głębokiego przetwarzania angażował korę przedczołową lewej półkuli oraz jej obszar przyśrodkowy. (...) Obszary [te] związane są z przetwarzaniem znaczenia stymulacji oraz zaangażowaniem reprezentacji werbalnych.

[Nęcka i in., *Psychologia poznawcza*, s. 339]

połączony kanon jedynej zgodności i różnicy

Gdy dwa lub więcej przypadków, w których występuje dane zjawisko, mają tylko jedną okoliczność wspólną, gdy dwa lub więcej przypadków, w których ono nie występuje, nie mają nic wspólnego prócz nieobecności tej okoliczności; w takim razie ta okoliczność, którą wyłącznie różnią się oba szeregi przypadków, jest skutkiem lub przyczyną lub niezbędną częścią przyczyny owego zjawiska.

kanon reszt

AB jest przyczyną $\alpha\beta$

B jest przyczyną β

A jest przyczyną α

Odejmijmy od danego zjawiska tę jego część, którą znamy dzięki wcześniejszym indukcyjom jako skutek określonych poprzedników, a reszta zjawiska będzie to skutek pozostałych poprzedników.

Procedura badania pamięci krótkotrwałej Browna-Petersonów

(...) eksponowano zestawy trzech bezsensownych spółgłosek, np. XLR, oraz trzycyfrową liczbę, np. 123. Zadanie osoby badanej polegało na zapamiętaniu zestawu liter, a następnie na głośnym odliczaniu trójkami wstecz, poczynając od zaprezentowanej liczby. Po upływie pewnego czasu należało przerwać odliczanie i odpamiętać zestaw spółgłosek. Manipulacji eksperymentalnej podlegał interwał czasu pomiędzy ekspozycją zestawu spółgłosek (i liczby), a poleceniem jego odtworzenia. Wynosił on 3, 6, 9, 12, 15 albo 18 s. (...) Okazało się, że poziom odpamiętania sylab bardzo szybko spada w funkcji czasu, i nawet dla najkrótszego interwału nie osiągnął 100%.

[Nęcka i in., *Psychologia poznawcza*, s. 343-344]

kanon zmian towarzyszących

$$\begin{array}{l} A_1 B C \quad \alpha_1 \beta \gamma \\ A_2 B C \quad \alpha_2 \beta \gamma \end{array}$$

A jest przyczyną α

Każde zjawisko, zmieniające się w jakiś sposób, ilekroć inne zjawisko zmienia się w sposób określony, jest skutkiem lub przyczyną lub niezbędną częścią przyczyny owego zjawiska.

Kłopoty z kanonami Milla:

- założenia dotyczące przyczynowości
 - zasada powszechnej przyczynowości
 - zasada jedyności przyczyny
- problem praktycznej stosowalności kanonów
 - zasada *caeteris paribus*

Klasyfikacja wnioskowań, cz. II

Pozostanie:

- wnioskowania uprawdopodobniające
 - redukcyjne
 - przez analogię
 - statystyczne
- indukcja enumeracyjna: zupełna i niezupełna
- indukcja eliminacyjna
 - tabele Bacona
 - kanony Milla